La teoremo de Fermat

Fermat (1601-1665)

Demonstracio laŭ

Norberto Sudlando

8. 2.2008

Tezo

- **La ekvacio $x^n + y^n = z^n$ estas nesolvebla por naturaj nombroj x, y, z, kaj natura nombro $n > 2$.**
- Potenca nombro: $z^n := n$ faktoroj z
- Natura nombro: entjero $z > 0$
- Ĉiu varianto x, y, z, kaj n signifas nombron, jen de la naturaj nombroj.

La unua substituo de la ekvacio

- Permuto: $(x/y)^n = (z/y)^n - (y/y)^n = q^n - 1$
- Geometria sekvo kiel teleskopa sumo:
  $q^n - 1 = (q - 1)(q^{n-1} + \cdots + q^{\mu} + \cdots + q + 1)$
- $z^n - y^n = (z - y)(z^{n-1} + \cdots + z^{n-1-\mu} y^{\mu} + \cdots + y^{n-1})$
- Faktoro $(z - y)$ estu b (ofte estas 1) por $n > 1$
- Speciala kazo $n = 1$ estas solvebla: $x + y = z$
- Tial la unua substituo por $n > 1$: $z = y + a$

La dua substituo por $a = 1$

- Resta problemo por $a = 1$: $x^n = (y + 1)^n - y^n$
- Speciala kazo $n = 2$: $x^2 = 2\,y + 1$
  kondukas sur ĉiujn neparajn kvadratajn nombrojn.
- Por $n > 2$ nerefutebla la binoma teoremo:
  $x^3 = (y + 1)^3 - y^3 = 3\,y^2 + 3\,y + 1$
  $x^4 = (y + 1)^4 - y^4 = 4\,y^3 + 6\,y^2 + 4\,y + 1$, ktp.
- Tial la dua substituo por $n > 2$: $x^n = -\,y^n$

Ĝemeloj de Pitagoro

- Resta problemo por $a > 1$: $x^n = (y + a)^n - y^n$
- Speciala kazo $n = 2$, a firma: $x^2 = 2\,a\,y + a^2$ rezultas mankintajn ĝemelojn de Pitagoro:
- $y = (x^2 - a^2) / (2\,a)$ ofte glate solvebla, p.e.:
- $a = 2$: $17^2 - 15^2 = 8^2 = x^2$ (nereduktebla)
- $a = 3$: ĉiam reduktebla per divido kun 9
- $a = 9$: $149^2 - 140^2 = 51^2$ (nereduktebla)

La dua substituo por $a > 1$

- Por $n > 2$ nerefutebla la binoma teoremo:
  $x^3 = (y + a)^3 - y^3 = \quad 3\,a\,y^2 + 3\,a^2\,y + a^3$
  $x^4 = (y + a)^4 - y^4 = 4\,a\,y^3 + 6\,a^2\,y^2 + 4\,a^3\,y + a^4$
  ktp.
- La binoma teoremo (de Fermat kaj Paskalo) por $n > 2$ estas tiel fundamenta, ke ĝi ne estas ĉirkaŭirebla.
- Tial la dua substituo por $n > 2$: $x^n = - y^n$

Konkludo

- La ekvacio $x^n = - y^n$ ĉiam kondukas el la natura nombraro.
- Per tio konkludas la tezon:
  La ekvacio $x^n + y^n = z^n$ estas nesolvebla por naturaj nombroj x, y, z, kaj natura nombro $n > 2$.
- quod erat demonstrandum (Tio estis).

Dankon al la sekvonta persono

- Profesoro dr-o Bodo Volkmann (Stutgarto): Mencio de nereduktebla ekzemplo por $a > 1$ kaj $n = 2$
- **Atentigo:**
  Se vi rimarkas pliajn malfortecojn en ĉi tiun demonstracion, tiukaze bonvolu direkti vin al:
- Norbert.Suedland@t-online.de